Etude d'une fonction $f(x)$

1) Domaine de définition

Rechercher l'ensemble des réels pour lesquels la fonction f existe.

- Si $f(x)=\dfrac{N}{D}$ ➔ CE : $D \neq 0$
- Si $f(x)=\sqrt{E}$ ➔ CE : $E \geq 0$
- Si $f(x)=\dfrac{N}{\sqrt{E}}$ ➔ CE : $E > 0$
- Si $f(x)=\tan x$ ➔ CE : $x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

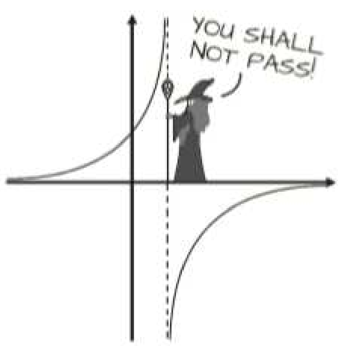
2) Parité

Avant d'étudier la parité, il est utile de regarder si le domaine de définition de la fonction est symétrique par rapport à 0 ou non. S'il ne l'est pas, la fonction n'est ni paire ni impaire.

- La fonction est <u>paire</u> si $\forall x \in dom\, f \;:\; f(-x)=f(x)$
  - ⇨ Symétrie orthogonale du graphique d'axe *y*
- La fonction est <u>impaire</u> si $\forall x \in dom\, f \;:\; f(-x)=-f(x)$
  - ⇨ Symétrie centrale du graphique de centre *O*, origine du repère
- Sinon la fonction est quelconque.

3) Intersection avec les axes

- $\bigcap Ox$: les solutions de $f(x)=0$, avec $x \in dom\, f$, sont les <u>abscisses</u> des points d'intersection du graphique avec l'axe des *x*.
- $\bigcap Oy$: la valeur $f(0)$, si elle existe, est <u>l'ordonnée</u> du point d'intersection du graphique avec l'axe des *y*.



4) Asymptotes

Rechercher les éventuelles asymptotes verticales, horizontales ou obliques :

- $AV \equiv x = a \quad \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ où $a \notin dom\, f$ et a est adhérent à $dom\, f$
- $AH \equiv y = b \quad \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = b$ avec $b \in \mathbb{R}$ et où $\pm\infty$ est adhérent à $dom\, f$
- $AO \equiv y = ax + b \Leftrightarrow \begin{cases} a = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} \\ b = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \left(f(x) - ax \right) \end{cases}$ avec $\begin{cases} a \in \mathbb{R}_0 \\ b \in \mathbb{R} \end{cases}$ et où $\pm\infty$ est adhérent à $dom\, f$

5) Dérivée première et croissance

Calculer la dérivée première $f'(x)$.

Etablir le tableau de signe de $f'(x)$.

De ce tableau, en déduire les variations de *f* (croissance et/ou décroissance) ainsi que les éventuels extremums, en calculant leurs coordonnées.
Repérer les éventuels points anguleux, points à tangente verticale et points de rebroussement.

6) Dérivée seconde et concavité

Calculer la dérivée seconde $f''(x)$.

Etablir le tableau de signe de $f''(x)$.

De ce tableau, en déduire la concavité de *f* (vers le haut et/ ou vers le bas) ainsi que les éventuels points d'inflexion, en calculant leurs coordonnées.

7) Tableau récapitulatif

Rassembler tous les renseignements étudiés sur la croissance et la concavité dans un seul tableau.

8) Représentation graphique

Dessiner le graphe de la fonction en utilisant le tableau récapitulatif, la parité, les intersections avec les axes et les asymptotes ; et en calculant éventuellement des points supplémentaires.